Haskell — Parcial 2017-12-04 P48366_ca

Problema 1: Expressió postfixa 1

Escriviu una funció *eval1* :: **String** → **Int** que avalui una expressió postfixa que es troba en una string. Els elements en l'expressió són valors (nombres naturals) i els operadors de suma, resta, producte i divisió. Els elements es separen per espais. Per exemple, l'avaluació de `"15 1 2 + 24 * + 3 -"` és 84.

La solució canònica per evaluar expressions postfixes és utilitzar una pila: Començant per una pila buida, es processen els elements de l'expressió d'esquerra a dreta. Si l'element és un valor, s'empila. Si l'element és un operador, es desempilen dos valors, s'operen d'acord amb l'operador i s'empila el resultat. Al final, la pila conté un sol element, que és el resultat de l'evalaució de l'expressió.

Podeu suposar que no hi ha mai errors a l'expressió ni divisions per zero.

Solucioneu el problema recursivament. La funció **words** us pot ser útil.

Problema 2: Expressió postfixa 2

Escriviu una funció *eval2* :: **String** → **Int** que avalui una expressió postfixa com al Problema 1, però sense utilitzar recursivitat.

Problema 3: fsmap

Definiu una funció $fsmap :: a \to [a \to a] \to a$ que, donats un element x de tipus a i una llista fs de funcions de tipus $a \to a$, fa que $fsmap\ x\ fs$ retorni l'aplicació (d'esquerra a dreta) de totes les funcions de fs a x. Es valorà com de succinta és la vostra solució.

Problema 4: Dividir i vèncer

Escriviu una funció d'ordre superior que definixi l'esquema de dividir i vèncer i utilitzeu-la per fer l'algorisme de quicksort per a llistes d'enters.

La funció per dividir i vèncer ha de tenir aquesta interfície:

$$divideNconquer :: (a \to \textbf{Maybe}\ b) \to (a \to (a, a)) \to (a \to (a, a) \to (b, b) \to b) \to a \to b$$

on a és el tipus del problema, b és el tipus de la solució, i $divideNconquer\ base\ divide\ conquer\ x$ utilitza:

- $base :: (a \to \textbf{Maybe}\ b)$ per obtenir la solució directa per a un problema si és trivial (quan és un **Just** b) o per indicar que no és trivial (quan és **Nothing**).
- $divide :: (a \to (a, a))$ per dividir un problema no trivial en un parell de subproblemes més petits.

- *conquer* :: $(a \to (a, a) \to (b, b) \to b)$ per, donat un problema no trivial, els seus subproblemes i les seves respectives subsolucions, obtenir la solució al problema original.
- $x :: a$ denota el problema a solucionar.

La funció pel quicksort ha de ser *quickSort* :: **[Int]** $\to$ **[Int]** i ha d'utilitzar *divideNconquer*.

Problema 5: Racionals

Definiu un tipus *Racional* per manipular nombres racionals positius amb operacions per:

- construir un racional a través d'un numerador i d'un denominador naturals,
- obtenir el numerador de la seva forma simplificada,
- obtenir el denominador de la seva forma simplificada.

A més, feu que *Racional* pertanyi a la classe **Eq** i a la classe **Show**, fent que els racionals es mostrin de la forma "x/y".

Seguiu aquesta interfície:

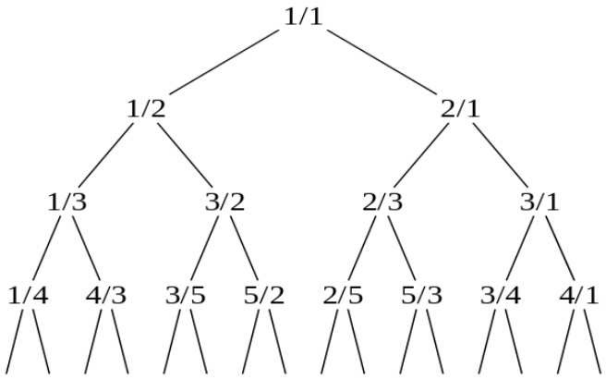
data *Racional* = ...
racional :: **Integer** $\to$ **Integer** $\to$ *Racional*
numerador :: *Racional* $\to$ **Integer**
denominador :: *Racional* $\to$ **Integer**

Si voleu, podeu utilitzar la funció estàndard **gcd** que retorna el màxim comú divisor de dos naturals.

Problema 6: Arbre de Calkin-Wilf

L'arbre de Calkin–Wilf és un arbre binari que representa tots els racionals positius. L'arbre té com arrel el racional $1/1$ i, qualsevol node a/b té dos fills $a/(a+b)$ i $(a+b)/b$.

Aquests són els primers nivells de l'arbre de Calkin–Wilf: [figura extreta de Wikipedia]



Escriviu una funció *racionals* :: [*Racional*] que retorni la llista infinita de tots els nombres racionals positius segons l'ordre de l'arbre de Calkin–Wilf.

Per a fer-ho, utilitzeu el tipus *Racional* del problema anterior. També podeu aprofitar les definicions genèriques d'arbre infinit i del seu recorregut per nivells que es donen a continuació:

```
data Tree a = Node a (Tree a) (Tree a)
recXnivells :: Tree a → [a]
recXnivells t = recXnivells' [t]
  where recXnivells' ((Node x fe fd):ts) = x:recXnivells' (ts ++ [fe, fd])
```

Important

El problema té diferents apartats. Cada apartat val 2 punts sobre 10 (però el Jutge en suma 12). Heu de resoldre 5 dels 6 apartats (no els 6!).

Exemple d'entrada 1

```
eval1 "15 1 2 + 24 * + 3 -"
eval1 "66"
eval1 "6 2 -"
eval1 "7 2 /"
eval1 "3 4 + 2 /"
```

Exemple de sortida 1

```
84
66
4
3
3
```

Exemple d'entrada 2

```
eval2 "15 1 2 + 24 * + 3 -"
eval2 "66"
eval2 "6 2 -"
eval2 "7 2 /"
eval2 "3 4 + 2 /"
```

Exemple de sortida 2

```
84
66
4
3
3
```

Exemple d'entrada 3

```
fsmap 3 [(+2), (*3), (+4)]
fsmap "o" [(++"la"), (:)'h', (++"!")]
fsmap False []
```

Exemple de sortida 3

```
19
"hola!"
False
```

Exemple d'entrada 4

```
quickSort [5, 3, 2, 3, 4, 1]
```

Exemple de sortida 4

```
[1,2,3,3,4,5]
```

Exemple d'entrada 5

```
numerador (racional 1 2)
denominador (racional 1 2)
numerador (racional 2 4)
denominador (racional 2 4)
racional 1 2
racional 2 4
racional 1 2 == racional 2 4
racional 1 2 == racional 1 3
```

Exemple de sortida 5

```
1
2
1
2
1/2
1/2
True
False
```

Exemple d'entrada 6

```
take 10 racionals
```

Exemple de sortida 6

```
[1/1,1/2,2/1,1/3,3/2,2/3,3/1,1/4,4/3,3/5]
```

Informació del problema

Autor : Jordi Petit
Generació : 2025-05-13 11:18:03