Haskell — Programació dinàmica P27104_ca

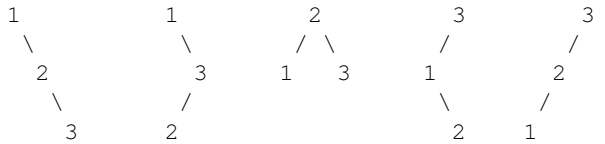
Aquest exercici explora l'ús de vectors per resoldre problemes de programació dinàmica.

1. Oh, no... Un altre cop! Feu una funció *fib* :: **Int** → **Integer** que, donat un $n \geq 0$, retorni l'n-èsim nombre de Fibonaci.

2. Feu una funció *binomial* :: **Int** → **Int** → **Integer** que, donat un enter $n \geq 0$ i un enter $0 \leq k \leq n$, retorni el coeficient binomial $\binom{n}{k}$, és a dir, el nombre de formes en què es poden escollir k objectes d'entre un conjunt de n sense tenir en compte l'ordre.

3. Feu una funció *bst* :: **Int** → **Integer** que, donat un $n \geq 0$, retorni el nombre d'arbres binaris de cerca amb nodes $1, \ldots, n$.

   Per exemple, *bst* 3 és 5, perquè hi ha 5 arbres binaris de cerca amb nodes 1,2,3:

4. Feu una funció *coins* :: [**Int**] → **Int** → **Int** que, donada una llista de n valors de monedes $v_1, \ldots, v_n$ i donat un valor s, trobi el mínim nombre de monedes que sumen s. Cada moneda es pot fer servir diversos (o cap) cops, $s \geq 0$ i $v_i > 0$ per a tot i.

5. Donades dues matrius amb dimensions $n_1 \times n_2$ i $n_2 \times n_3$, el cost de l'algorisme habitual per multiplicar-les és $\Theta(n_1 n_2 n_3)$. Per senzillesa, considerem que el cost és exactament $n_1 n_2 n_3$.

   Suposem que hem de calcular $M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_m$, on cadascuna de les M_i és una matriu amb dimensions $n_i \times n_{i+1}$. Com que el producte de matrius és associatiu, es pot triar en quin ordre es fan les multiplicacions. Per exemple, per calcular $M_1 \times M_2 \times M_3 \times M_4$, es podria fer $(M_1 \times M_2) \times (M_3 \times M_4)$, amb cost $n_1 n_2 n_3 + n_3 n_4 n_5 + n_1 n_3 n_5$, o bé $M_1 \times ((M_2 \times M_3) \times M_4)$, amb cost $n_2 n_3 n_4 + n_2 n_4 n_5 + n_1 n_2 n_5$, o bé tres altres ordres possibles.

   Feu una funció *mult* :: [**Int**] → **Int** que trobi el cost mínim de calcular $M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_m$, donades les dimensions $n_1, n_2, \ldots, n_m, n_{m+1}$.

Puntuació

Per a cada apartat, hi ha dos tipus de jocs de proves segons la talla de la seva entrada: els petits i els grans. Els petits es poden resoldre recursivament i dónen 5 punts cadascún. Els grans requereixen programació dinàmica i dónen 15 punts cadascún.

Exemple d'entrada 1

```
map fib [0..6]
map (binomial 6) [0..6]
map bst [0..6]
coins [1,3,5] 11
coins [4,6] 11
mult [10,20,30,40]
mult [9000,4000,3500,8000,2000,7500,6000,1000,8500,5500,7000]
```

Exemple de sortida 1

```
[0,1,1,2,3,5,8]
[1,6,15,20,15,6,1]
[1,1,2,5,14,42,132]
Just 3
Nothing
18000
302250000000
```

Informació del problema

Autoria: Jordi Petit i Salvador Roura

Generació: 2026-02-03T17:07:49.641Z